

מעגל היחידה

דף עבודה – שאלון 571

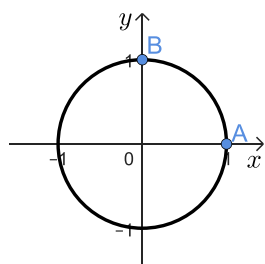
לאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:



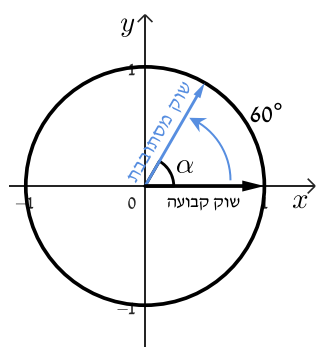
חלק א' – היכרות עם מעגל היחידה

תזכורת: מעגל היחידה הוא מעגל שמרכזו בראשית הצירים ואורך הרדיוס שלו הוא יחידה אחת.

1) הביטו בסרטוט והשלימו את המשפטים הבאים:



- שיעורי הנקודה A: _____
- שיעורי הנקודה B: _____
- שיעור ה- x של נקודות על מעגל היחידה הוא בין _____ ל-_____
- שיעור ה- y של נקודות על מעגל היחידה הוא בין _____ ל-_____

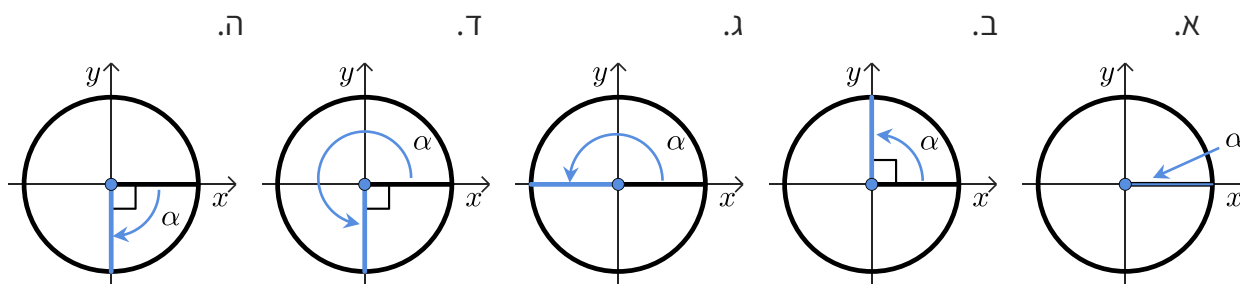


הגדרת זווית במעגל היחידה - זוויות מרכזית שיש לה שוק אחת קבועה מונחת על הכיוון החיובי של ציר x והשוק השנייה מתקבלת מסיבוב של רדיוס המעגל. סיבוב נגד כיוון השעון יוצר זווית חיובית, סיבוב עם כיוון השעון יוצר זווית שלילית.

דוגמה:

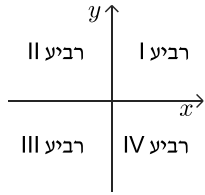
בציור משמאלכם מתוארת זווית α בת 60° , כאשר הרדיוס השחור מייצג את השוק הקבועה, והרדיוס בכחול את השוק שנעה נגד כיוון השעון.

2) קבעו את גודל הזווית α בכל אחד מהשרטוטים הבאים:



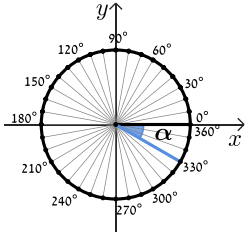
תזכורת:

מערכת הצירים מחלקת את המישור לארבע רביעים באופן הבא:

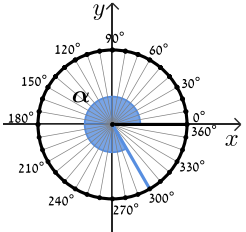


(3) השלימו את גודל הזווית α והרביע המתאים עבור כל אחד מהשרטוטים שלפניכם:

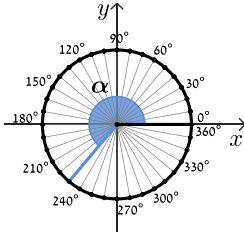
ה.



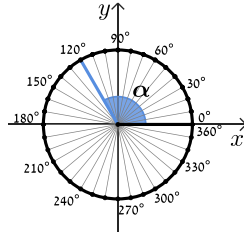
ד.



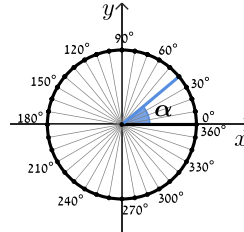
ג.



ב.



א.



(4) העזרו ביישומון והשלימו את המשפטים הבאים:



- זווית בת 100° נמצאת ברביע ה_____.
- זווית בת 390° נמצאת ברביע ה_____.
- זווית בת 750° נמצאת ברביע ה_____.
- זווית בת -30° נמצאת ברביע ה_____.
- זווית בת -200° נמצאת ברביע ה_____.

(5) עבור כל משפט הקיפו בעיגול את התשובות הנכונות:

- אם השוק המסתובבת נמצאת ברביע בראשון, הזווית יכולה להיות:
(1) 90° (2) 400° (3) 720° (4) 120° (5) -300°
- אם השוק המסתובבת נמצאת על ציר ה x , הזווית יכולה להיות:
(1) 0° (2) 270° (3) 720° (4) 180° (5) -90°
- אם השוק המסתובבת נמצאת על ציר ה y , הזווית יכולה להיות:
(1) 0° (2) 270° (3) 720° (4) 180° (5) -90°
- אם השוק המסתובבת נמצאת ברביע השלישי, הזווית יכולה להיות:
(1) 129° (2) 190° (3) 560° (4) 180° (5) -110°
- אם השוק המסתובבת נמצאת ברביע הרביעי, הזווית יכולה להיות:
(1) 0° (2) 270° (3) 710° (4) 280° (5) -30°

חלק ב' - הגדרת פונקציות טריגונומטריות במעגל היחידה

צפו בסרטון , היעזרו ביישומון , וענו על השאלות הבאות:

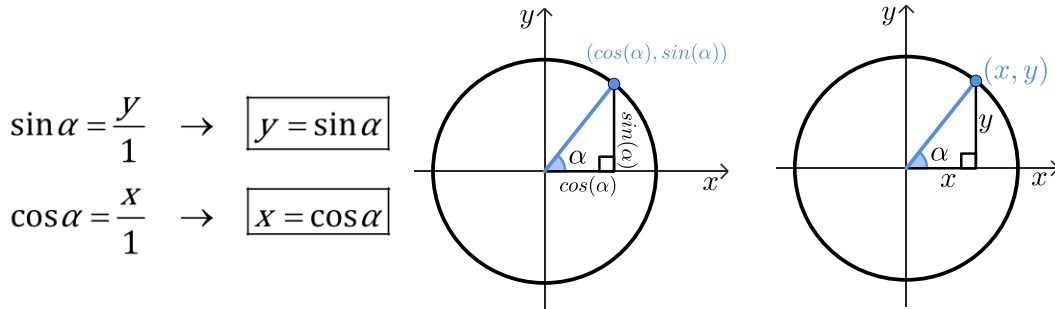


תזכורת:

נקודה על מעגל היחידה תסומן ב- (x, y) ומייצגת זווית α חיובית כפי שהגדרנו מקודם.

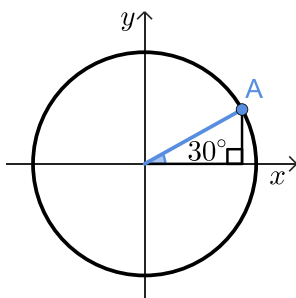
- שיעור ה- x של נקודה על מעגל היחידה שווה ל- $\cos \alpha$.
- שיעור ה- y של נקודה על מעגל היחידה שווה ל- $\sin \alpha$.

סימון נקודה על מעגל היחידה ערכי שיעורי הנקודה כתלות בזווית



דוגמא:

נמצא את שיעורי הנקודה A המתאימה לזווית בת 30° לפי השלבים הבאים:



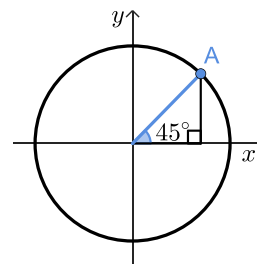
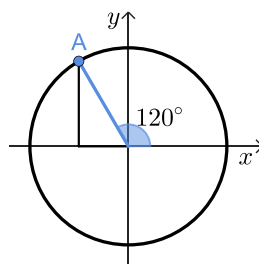
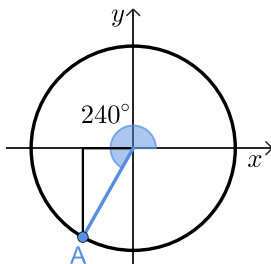
- חישוב שיעור ה- x של הנקודה: $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- חישוב שיעור ה- y של הנקודה: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.
- כתיבת שיעורי הנקודה A: $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

(6) בכל אחד מהסרטונים מצא את שיעורי הנקודה A המתאימה לזווית המסורטטת:

א.

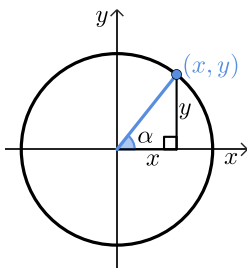
ב.

ג.



(7) השלימו את הטבלה הבאה (במקרה ויש יותר מאופציה אחת לתשובה, הציעו דוגמה אחת):

זווית	שיעור הנקודה	רביע/על ציר
60°		
	$(\sqrt{3}/2, 1/2)$	
330°		
	$(-1, 0)$	
-45°		
750°		
225°		
		רביעי



(8) השלימו את החסר:

א. לכל נקודה $A(x, y)$ על מעגל היחידה תחום הערכים

של שיעורי הנקודה הם: $_ \leq x \leq _ , _ \leq y \leq _$.

ב. לכל נקודה מתאימה $A(x, y)$ על מעגל היחידה מתאימה

זווית α , כך ששיעורי הנקודה ניתנים לכתיבה באופן הבא: $A(\cos \alpha, \sin \alpha)$

ולכן טווח הערכים של הפונקציות $\sin \alpha$ ו- $\cos \alpha$ הוא: $_ \leq \sin \alpha \leq _ , _ \leq \cos \alpha \leq _$.

חלק ג' - זהויות טריגונומטריות

צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:



(9) המרובע ABCD הוא מלבן.

א. הוכיחו: $\triangle ADO \cong \triangle BCO$.

ב. השלימו את המשפטים הבאים (הביעו באמצעות α לפי הצורך):

(1) $\angle AOD = _$

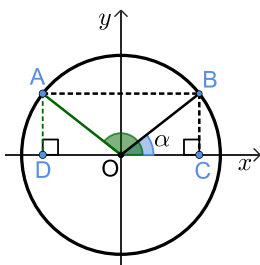
(2) $\angle AOC = _$

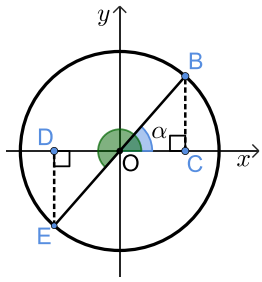
(3) שיעורי הנקודה B הם $(_, _)$.

(4) שיעורי הנקודה A הם $(_, _)$.

(5) $\sin(180^\circ - \alpha) = _$, ולכן מתקיימת הזהות:

(6) $\cos(180^\circ - \alpha) = _$, ולכן מתקיימת הזהות: $x_A = -x_B$





10) הקטע BE עובר דרך ראשית הצירים.

א. הוכיחו: $\triangle EDO \cong \triangle BCO$.

ב. השלימו את המשפטים הבאים (הביעו באמצעות α לפי הצורך):

(1) $\angle EOD = \underline{\hspace{2cm}}$

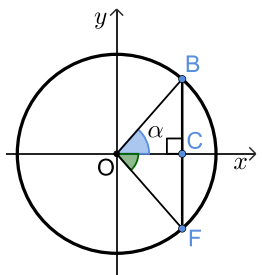
(2) $\angle EOC = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) שיעורי הנקודה B הם $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$.

(4) שיעורי הנקודה E הם $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$.

(5) $\sin(180^\circ + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, ולכן מתקיימת הזהות: $y_E = -y_B$

(6) $\cos(180^\circ + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, ולכן מתקיימת הזהות: $x_E = -x_B$



11) הקטע BF מאונך לציר ה- x .

א. הוכיחו: $\triangle FDO \cong \triangle BCO$.

ב. השלימו את המשפטים הבאים (הביעו באמצעות α לפי הצורך):

(1) $\angle FOC = \underline{\hspace{2cm}} = 360^\circ - \alpha$

(2) שיעורי הנקודה B הם $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$.

(3) שיעורי הנקודה F הם $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$.

(4) $\sin(360^\circ - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, ולכן מתקיימת הזהות: $y_F = -y_B$

(5) $\cos(360^\circ - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$, ולכן מתקיימת הזהות: $x_F = x_B$

לסיכום:

הזהויות של המעגל הטריגונומטרי:

רביע	סינוס	קוסינוס	טנגנס
II	$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$
III	$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$	$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$
IV	$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$
סימנים			

(12) השלימו את השוויונות הבאים בהתאם לזהויות שבכל רביע:

רביע IV	רביע III	רביע II
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$	$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
$\sin(-30^\circ) = \sin 330^\circ = -\sin(\underline{\hspace{1cm}})$	$\sin 200^\circ = -\sin(\underline{\hspace{1cm}})$	$\sin 150^\circ = \sin(\underline{\hspace{1cm}})$
$\sin(\underline{\hspace{1cm}}) = \sin(\underline{\hspace{1cm}}) = -\sin 70^\circ$	$\sin(\underline{\hspace{1cm}}) = -\sin 40^\circ$	$\sin(\underline{\hspace{1cm}}) = \sin 40^\circ$
$\cos(-30^\circ) = \cos 330^\circ = \cos(\underline{\hspace{1cm}})$	$\cos 200^\circ = -\cos(\underline{\hspace{1cm}})$	$\cos 150^\circ = -\cos(\underline{\hspace{1cm}})$
$\cos(\underline{\hspace{1cm}}) = \cos(\underline{\hspace{1cm}}) = \cos 70^\circ$	$\cos(\underline{\hspace{1cm}}) = -\cos 40^\circ$	$\cos(\underline{\hspace{1cm}}) = -\cos 40^\circ$

(13) שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים מתוך גול: [שאלה 1](#), [שאלה 2](#), [שאלה 3](#), [שאלה 4](#).

שאלה 4



שאלה 3



שאלה 2



שאלה 1



תשובות סופיות:

- (1) א. $(1,0)$ ב. $(0,1)$ ג. בין 1 ל- 1 ד. בין -1 ל- -1
- (2) א. $\alpha = 0^\circ$ ב. $\alpha = 90^\circ$ ג. $\alpha = 180^\circ$ ד. $\alpha = 270^\circ$ ה. $\alpha = -90^\circ$
- (3) א. $\alpha = 40^\circ$, רביע ראשון ב. $\alpha = 120^\circ$, רביע שני ג. $\alpha = 230^\circ$, רביע שלישי ד. $\alpha = 300^\circ$, רביע רביעי ה. $\alpha = -30^\circ$, רביע רביעי
- (4) א. רביע שני ב. רביע ראשון ג. רביע ראשון ד. רביע רביעי ה. רביע שני.
- (5) א. $(5), (2)$ ב. $(1), (3), (4), (5)$ ג. $(2), (5)$ ד. $(2), (3), (5)$ ה. $(3), (4), (5)$.
- (6) א. $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ב. $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ג. $A\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- (7) להלן טבלה (מחולקת לשתי טבלאות):

זווית	שעור הנקודה	רביע/על ציר
45°	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	רביעי
75°	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$	ראשון
225°	$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	שלישי
300°	$\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	רביעי

זווית	שעור הנקודה	רביע/על ציר
60°	$\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	ראשון
30°	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$	ראשון
330°	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$	רביעי
180°	$(-1, 0)$	ציר x

- (8) א. $-1 \leq y \leq 1, -1 \leq x \leq 1$ ב. $-1 \leq \cos \alpha \leq 1, -1 \leq \sin \alpha \leq 1$
- (9) א. הוכחה. ב. α (1) ב. $180^\circ - \alpha$ (2) ג. $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ (3) ד. $(\cos(180^\circ - \alpha), \sin(180^\circ - \alpha))$ (4)
- ב. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ (5) ג. $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ (6)
- (10) א. הוכחה. ב. α (1) ב. $180^\circ + \alpha$ (2) ג. $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ (3) ד. $(\cos(180^\circ + \alpha), \sin(180^\circ + \alpha))$ (4)
- ב. $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$ (6) ג. $\cos(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ (5)

- (11) א. הוכחה.** ב. (1) $-\alpha$ ב. (2) $(\cos \alpha, \sin \alpha)$
 ב. (3) $(\cos \alpha, -\sin \alpha)$ ב. (4) $\sin(360^\circ - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
 ב. (5) $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos \alpha$

(12) להלן טבלה:

רביע II	רביע III	רביע IV
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
$\sin 150^\circ = \sin(30^\circ)$	$\sin 200^\circ = -\sin(20^\circ)$	$\sin(-30^\circ) = \sin 330^\circ = -\sin(30^\circ)$
$\sin(140^\circ) = \sin 40^\circ$	$\sin(220^\circ) = -\sin 40^\circ$	$\sin(-70^\circ) = \sin(290^\circ) = -\sin 70^\circ$
$\cos 150^\circ = -\cos(30^\circ)$	$\cos 200^\circ = -\cos(20^\circ)$	$\cos(-30^\circ) = \cos 330^\circ = \cos(30^\circ)$
$\cos(140^\circ) = -\cos 40^\circ$	$\cos(220^\circ) = -\cos 40^\circ$	$\cos(-70^\circ) = \cos(290^\circ) = \cos 70^\circ$